

Разбор задач 2 тура 2 турнира 7 математической онлайн-игры Тема «Средиземье»

В Средиземье живут гномы, всегда говорящие правду, и орки, никогда не говорящие правды.

100. На какой вопрос гном и орк ответят одинаково? Ответ должен быть ДА или НЕТ.

Ответ: Ты гном?

200. Путешественник подошёл к четверым островитянам – А, В, С и Д. Островитянину А он задал вопрос: "Сколько гномов среди вас?" А ответил неразборчиво. Поэтому путешественник спросил у В: "Что сказал А?". В ответил: "А сказал, что среди нас два гнома". И тогда С закричал: "Не верьте В! Он лжет!" И тогда Д закричал: "Не верьте С! Он лжет!" Кто есть кто в этой компании?

Ответ: С – гном, остальные – орки.

300. Узник попал в тёмную тюремную камеру, в которой две двери. Одна ведёт на свободу, другая – в смертельное ущелье. У дверей стоят часовые. Известно, что один из них гном, другой – орк. Можно задать одному из часовых один вопрос, и после ответа пройти через одну из дверей. Какой вопрос можно задать, чтобы наверняка выйти на свободу?

Ответ: «Стоит ли гном у двери, ведущей на свободу?»

Решение. При ответе «Да» можно смело идти через дверь, у которой стоит этот часовой. Если этот часовой – гном, то это так. А если этот часовой – орк, то гном не может стоять у двери, ведущей на свободу. При ответе «Нет» надо идти в другую дверь.

400. За круглым столом сидят гном, орк и хоббит. За какое наименьшее число вопросов можно узнать кто из них кто? Каждый вопрос задаётся одновременно всем троим и должен иметь ответ ДА или НЕТ.

Ответ: за два. **Указание.** Нетрудно проверить, что вопросы "Вы - хоббит?" и "Ваш правый сосед - хоббит?" позволят однозначно определить, кто есть кто из сидящих.

Решение. Одного вопроса будет недостаточно. В самом деле, существует $3 \times 2 \times 1 = 6$ вариантов рассадки гнома, орка и хоббита за столом. Хоббит всегда сможет сделать так, чтобы число ответов ДА на заданный всем троим вопрос оказалось нечётным, то есть, чтобы получился один из следующих 4 наборов ответов: 1) сидящий на стуле № 1 сказал ДА, остальные - НЕТ, 2) сидящий на стуле № 2 сказал ДА, остальные - НЕТ, 3) сидящий на стуле № 3 сказал ДА, остальные - НЕТ, 4) все трое сказали ДА. Так как число этих

наборов меньше числа вариантов рассадки, то какому-то набору будут соответствовать не менее двух вариантов рассадки.

Тема «Часы»

100. Сколько раз за сутки с 6:00 утра до 6:00 следующего утра минутная стрелка обгонит часовую?

Ответ: 22. **Указание.** Минутная стрелка делает 24 оборота в сутки, а часовая - 2.

200. Циферблат на марсианских часах такой же как на земных, но часы, минуты и секунды другие. Кроме того, секундная стрелка ходит в противоположную сторону. В 12:00 все три стрелки стояли против числа 12. Секундная стрелка впервые встретила минутную на числе 4, а часовую – на числе 2. На каких цифрах могут встретиться все три стрелки?

Ответ: на "4", "8", и "12".

Решение. Из условия следует, что скорость секундной стрелки в $(12-4):4 = 2$ раза больше скорости минутной и в $(12-2):2 = 5$ раз больше скорости часовой. Легко понять также, что секундная будет встречаться с минутной на цифрах "4", "8", "12" и только на них. С другой стороны, когда (после 12.00) часовая пройдёт $4/3$ круга, секундная $5 \times (4/3) = 20/3$, а минутная $(20/3):2 = 10/3$ его, все три стрелки окажутся против числа 4; когда же после 12.00 часовая, секундная и минутная пройдут $8/3$, $40/3$ и $20/3$ круга соответственно, все они окажутся против числа 8.

300. Если бы часовая стрелка стала ходить в противоположную сторону, то сколько раз в сутки она встречалась бы с минутной?

Ответ: 26.

Решение. Стрелки будут встречаться через $12/13$ часа. В самом деле, минутная за это время проходит $12/13$ круга, а часовая (движущаяся в 12 раз медленнее) - $1/13$ круга; вместе они проходят ровно круг. За сутки (24 часа) произойдёт $24:(12/13) = 26$ встреч.

400. В какое время после 12:00 часовая и минутная стрелки впервые окажутся на одной линии? Ответ укажите с точностью до секунды.

Ответ: 12.32.43 (или 12.32.44).

Решение. Стрелки окажутся на одной линии в тот момент, когда минутная опередит часовую ровно на полкруга. А поскольку за 1 минуту минутная (проходящая $1/60$ круга) отрывается от часовой (проходящей $1/720$ круга) на $1/60 - 1/720 = 11/720$ круга, то искомый момент наступит через $1/2 : (11/720) = 360/11$ минуты после полудня. Вычисления показывают, что $360/11$ минуты больше, чем 32 минуты 43 секунды, но меньше, чем 32 минуты 44 секунды.

Тема «Закономерности»

100. Впишите недостающие числа в таблицу:

7	11	15
23		33
1	7	

К ответу надо приложить правило, которое лежит в основе вашего ответа. Правило должно быть коротким (одна-две строки).

Ответ: 28 и 13. В строках числа идут по возрастанию на 4, 5 и 6 соответственно.

200. В этом задании надо к имеющимся числам

2, 6, 12, 20, 30, 42, ... дописать ещё два.

К ответу надо приложить правило, которое лежит в основе вашего ответа. Правило должно быть коротким (одна-две строки).

Ответ: 56, 72. Каждая следующая разность на 2 больше предыдущей. Это квадратичная зависимость.

300. В этом задании надо вписать числа на места пропущенных чисел:

1, ..., 3, ..., 8, ..., 21, ..., 55,

К ответу надо приложить правило, которое лежит в основе вашего ответа. Правило должно быть коротким (одна-две строки).

Ответ: 2, 5, 13, 34, 89. Это числа Фибоначчи.

400. Напишите одно предыдущее и одно следующее число.

..., 12, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, ...

К ответу надо приложить правило, которое лежит в основе вашего ответа. Правило должно быть коротким (одна-две строки).

Ответ: 2, 31121314. Каждое число указывает, сколько каких цифр в предыдущем числе.