

Разбор задач 2 тура 2 турнира 6 математической онлайн-игры

Тема «Точные кубы»

100. О т в е т: 216. У к а з а н и е. Задача решается методом перебора.

200. О т в е т: 5864, возможны и другие примеры.

300. О т в е т: 3. Р е ш е н и е. Имеет место представление $1332332331 = 1100^3 + 110^3 + 11^3$. Для доказательства минимальности такого числа кубов воспользуемся известным фактом: остаток от деления любого точного куба на 9 принадлежит множеству $\{0, 1, 8\}$. Из этого факта следует, что остаток от деления суммы двух кубов на 9 принадлежит множеству $\{0, 1, 2, 7, 8\}$. Число же 1332332331 даёт остаток 6 и потому не может быть представленным в виде суммы двух кубов.

400. О т в е т: 48. Р е ш е н и е. Заметим, что длина ребра куба, сложенного из таких кирпичей, будет кратна 2 см, 3 см и 5 см.

Следовательно, она будет кратна и 30 см. Предположим, что удалось сложить куб с ребром длины 30 см. Тогда он должен состоять из $(30 \times 30 \times 30) / (15 \times 15 \times 20) = 6$ кирпичей, однако, как легко видеть, 8 вершин куба должны принадлежать 8 разным кирпичам. Противоречие. В то же время ясно, что куб с ребром длины 60 см сложить можно, и он будет состоять из $(60 \times 60 \times 60) / (15 \times 15 \times 20) = 48$ кирпичей.

Тема «Проценты»

100. О т в е т: 150. У к а з а н и е. Это число находится подбором, а то, что число участников не может быть иным, доказывается методом от противного.

200. О т в е т: 6. У к а з а н и е. Нетрудно понять, что число машин, поступивших от первого производителя, делилось на 10, от второго - на 4, от третьего - на 5. Этими тремя условиями (и условием на общее число машин) однозначно определяясь, что от первого производителя поступило 10 машин, от второго - 8, а от третьего - 5.

300. П р и м е р: $\{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$.

400. О т в е т: на 2%. Р е ш е н и е. Изменения цен на авиабилеты показывают, что доллар по отношению к рублю подорожал в $(100 + 150) / (100 + 50) = 5/3$

раза. Поэтому новая цена железнодорожного билета в долларах составляет $(100 + 70) / (5/3) = 102$ процента от старой.

Тема «Ребусы»

100. О т в е т: 523.

200. О т в е т: $19+98+81=198$.

300. О т в е т: 954.

400. О т в е т: 97. Р е ш е н и е. Так как $АРКАДА - АРКА \times 100 = ДА$, то искомое число делит число ДА. Последнее же не превосходит 98, причём, как легко убедиться, чисел вида $8**8$, делящихся на 98, не существует. В то же время 7857 делится на 97, а наибольший общий делитель чисел 7857 и 785797 равен 97.