Разбор задач 1 тура 2 турнира 5 математической онлайн-игры

Тема «Узкие места на шахматной доске»

Задача на 100 баллов

Приведен один из способов заполнения таблицы:

Г	Л	О	Б	У	С
О	У	С	Л	Б	Г
С	Б	Л	У	Г	О
Л	Г	У	О	С	Б
У	С	Б	Г	О	Л
Б	О	Г	С	Л	У

Задача на 200 баллов

Числа в ячейках указывают порядок прохождения клеток в таблице.

1	2		14	15	18	19	20	21	22
4	3	12	13	16	17		25	24	23
5	6	11	10		36	35	26	27	
	7	8	9	38	37	34	33	28	29
79	78		40	39	44	45	32	31	30
80	77	76	41	42	43	46	47		
81	82	75	74		60	59	48	49	50
84	83	72	73	62	61	58	57		51
85	86	71	70	63	64	65	56	55	52
88	87		69	68	67	66		54	53

Задача на 300 баллов

А		Д	Т	Ч	З	У	
Р	И	Щ			П	К	
Ю	Й			Ж	Е		
		Л	Ц	Ь			
		Б	Ш	Г	Ъ	Ф	
				Н	Э	С	
			О	Ы			
			В	Ё	М	Х	Я

Задача на 400 баллов

	*	1		2	*	
	1				2	
	4				3	
	*	4		3	*	

Сначала определим, сколько раз конь должен побывать на белых клетках, чтобы побить все чёрные клетки. Чтобы побить угловые клетки, надо чтобы конь хотя бы раз побывал на клетках с номерами 1, 2, 3 и 4. См. рис. справа. При этом ни с одной из этих клеток он не бьёт клетки, помеченные *. Чтобы побить эти клетки, нужны, по крайней мере, ещё 2 клетки (с одной клетки побить все эти 4 клетки невозможно). Итак, конь должен побывать на 6 белых клетках. Но попасть с белой клетки на белую он может только через ход. Итак, он должен побывать не менее чем на 6 белых и 5 чёрных клетках. На рисунке ниже представлена одна из возможных траекторий движения коня, при которой каждая клетка доски хотя бы раз оказывается под боем.

		1		11		
		10		2		
		3	6	9		
		8		4		
		5		7		

Тема «Сократимые дроби»

Задача на 100 баллов

Ответ: 8. Задача решается методом перебора.

Задача на 200 баллов

Ответ: 1. Решение. Числитель дроби равен её знаменателю, поскольку 599999932 x 600000001 - 69 = (599999931+1) x 600000001 - 69 = 599999931 x 600000001 + 600000001 - 69 = 599999931 x 600000001 + 599999932.

Задание на 300 баллов

Ответ: 574. Решение. Так как 2015 – произведение простых чисел 5, 13 и 31, то числитель каждой сократимой дроби делится хотя бы на одно из них. Среди натуральных чисел, меньших числа 2015, ровно 2015 : 5 - 1 = 402 делятся на 5, ровно 2015 : 13 - 1 = 154 делятся на 13 и ровно 2015 : 31 - 1 = 64 делятся на 31. Вычислив сумму 402 + 154 + 64 = 620, примем во внимание, что в ней по два раза учтено каждое из чисел, делящихся на 5 х 13 = 65 (таких чисел ровно 2015 : 65 -1 = 30), делящихся на 5 х 31 = 155 (таких 2015 : 155 - 1 = 12) и делящихся на 13 х 31 = 403 (таких 2015 : 403 - 1 = 4). Получим, что ровно 620 - 30 - 12 - 4 = 574 числителя имеют со знаменателем общие делители, большие 1.

Задача на 400 баллов

Ответ: 1234568 / 2345679. Указание. Так как 12345678765432 = 12345670000000 + 8765432 = 1234567 х (9999999+1) + 8765432 = 1234567 х 9999999 + 1234567 + 8765432 = 1234567 х 9999999 + 9999999 = 1234568 х 9999999 и 23456787654321 = 23456780000000 + 7654321 = 2345678 х (9999999+1) + 7654321 = 2345678 х 9999999 + 2345678 + 7654321 = 2345678 х 9999999 + 9999999 = 2345679 х 9999999, то дробь равна 1234568 / 2345679.

Тема «Задачи на движение»

Задача на 100 баллов

Ответ: 100 км/ч.

Задача на 200 баллов

Ответ: 90 км/ч.

Задача на 300 баллов

Ответ: 30 км. Решение. Пусть М – точка пути, где был мотоциклист в тот момент, когда велосипедист проехал 15 км. Поскольку время, затраченное велосипедистом на преодоление 15 км, составляет 3/4 времени, затраченного им на преодоление 20 км, то и время, затраченное мотоциклистом на путь от А до М, составляет 3/4 времени на путь от А до Б. Значит, расстояние от А до М равно 3/4 расстояния от А до Б, и, следовательно, М находится точно посередине между Б и серединой пути от А до Б. Получается, что, проехав 15 км, велосипедист проехал ровно половину искомого нами расстояния.

Задача на 400 баллов

Ответ: 25 км/ч. Решение. Решим задачу в следующие шесть действий.

1) 7 ч 45 мин - 45 мин = 6 ч 40 мин шёл первый теплоход до встречи со вторым.

2) 7 ч 45 мин - 3 ч 5 мин = 4 ч 20 мин шёл второй теплоход до встречи с первым.

3) 6 км/ч х 4 ч 20 мин = 26 км - на такое расстояние прошёл больше второй за счёт большей скорости.

4) 301 - 26 = 275 (км) - прошли бы оба теплохода вместе за то же время, если бы у обоих были скорости, как у первого.

5) 6 ч 40 мин + 4 ч 20 мин = 11 ч - за такое время первый теплоход мог бы пройти 275 км.

6) 275 : 11 = 25 (км/ч) - скорость первого теплохода.