

Командные математические онлайн-турниры для 7 классов
Турнир 3 марта 2023

Задачи и ответы

Разрезания

100. На какое наибольшее число частей могут разделить плоскость два треугольника и окружность?
200. На какое наименьшее число частей нужно разрезать прямоугольник 1×5 , чтобы из них собрать квадрат той же площади?
300. На какое наименьшее число частей можно разрезать квадрат, чтобы из них собрать остроугольный треугольник с разными сторонами?
400. На какое наименьшее и какое наибольшее число частей могут разделить плоскость четыре одинаковые окружности, проходящие через одну точку?

Ответы:

100. 20
200. 4
300. 3
400. 9 и 11

Цифровая комбинаторика

100. На доске написано число 123456789. За ход разрешается стереть любые несколько подряд идущих цифр и записать их на тех же местах, но в обратном порядке. (Например, первым ходом можно получить число 126543789.) За какое наименьшее число ходов и каким образом из исходного числа можно получить 183654729?
200. Найдите самое большое число, состоящее из различных цифр, у которого сумма любых трёх подряд идущих цифр нечётна.
300. Числа от 1 до 12 разбейте на несколько групп так, что в каждой группе наибольшее число равно сумме остальных. Сколько групп может получиться? (Перечислите все возможные варианты с примерами разбиения.)
400. Сколько всего пятизначных чисел, у которых хотя бы одна цифра стоит на месте, которое она обозначает. Например, у числа 20246 цифра 4 стоит на четвёртом месте.

Ответы:

100. За 3 хода. Например, так: $123456789 \rightarrow 187654329 \rightarrow 187456329 \rightarrow 183654729$
200. 98674250
300. Вариант один: 4 группы. Пример: (6 1 5) (10 2 8) (11 4 7) (12 3 9). Указание: сумма наибольших чисел в группах равна половине общей суммы чисел.
400. $9 \times 10^4 - 8 \times 9^4$

Делимость больших чисел

100. Какое наименьшее количество цифр может быть в числе $11 \dots 1$, если оно делится на 999999?
200. Назовём два натуральных числа *почти равными*, если они равны или отличаются на 1. Назовём *почти квадратом* число, равное произведению почти равных чисел. Из натурального ряда вычеркнули все почти квадраты. Какое число оказалось на 2023-м месте?
300. Пусть $d_1, d_2, \dots, d_k$ – все делители числа N в порядке возрастания. Известно, что сумма первых трёх в 10 раз меньше суммы последних трёх. Найдите N .

Командные математические онлайн-турниры для 7 классов
Турнир 3 марта 2023

Задачи и ответы

400. Сколько цифр в самом большом делителе числа $10 \dots 090 \dots 01$ (в каждой группе 33 нуля)?

Ответы:

100. 18

200. 1935 (меньше 2023 всего 44 полных квадратов и 44 удвоенных треугольных чисел),
40, 77.

300. 40

400. 67