

Разбор задач финала интернет-турнира
21 мая 2019 года

Тема «Геометрия»

100.

На какое наименьшее число частей можно разрезать прямоугольник 20×30 , чтобы из этих частей складывался прямоугольник 15×40 ?

Ответ: 2 (лесенкой)

200.

Сколько разных треугольников можно составить, выбирая по три отрезка из набора, в котором два отрезка длины 1, два отрезка длины 2, ..., два отрезка длины 10?

Ответ: 115

300.

В прямоугольнике ABCD на стороне AB отметили точку M, а на стороне BC точку N. Оказалось, что $AM = CN$. X – точка пересечения отрезков AN и CM. Чему может равняться угол CDX?

Ответ: 45 градусов

400.

От картонного треугольника с углами 45, 45 и 90 градусов разрезами от края до края последовательно отрезаются одинаковые треугольники. Какое наибольшее количество таких разрезов можно сделать? Ответ выберите из следующих вариантов: 3, 4, 5, 6, 7, больше 7.

Ответ: больше 7

Тема «Максимальные цепи»

100.

В последовательности простых чисел каждое число, начиная со второго, равно предыдущему, увеличенному на сумму своих цифр. Каким наибольшим может быть число членов этой последовательности?

Ответ: 3

200.

Из Энска до Москвы можно добраться либо поездом, который выходит по нечётным числам, либо самолётом, который вылетает по понедельникам и четвергам. Какое наибольшее число дней подряд бывает возможным отправиться из Энска в Москву?

Ответ: 6

300.

k костей из комплекта домино выложены в цепь по правилам этой игры. Каким наибольшим может быть число k, если сумма очков на каждой из выложенных костей нечётна?

Ответ: 10

400.

Привлекательностью города назовём число красивых городов, связанных с ним прямым авиасообщением. Известно, что на некотором авиамаршруте, проходящем через 500 красивых городов, каждый следующий город привлекательнее предыдущего. Каким наименьшим может быть число красивых городов, кроме этих 500?

Ответ: 2

Разбор задач финала интернет-турнира
21 мая 2019 года

Тема «Арифметика»

100.

На каждое занятие кружка ходят 7 человек, через раз - 9. Сегодня пришло 13. Сколько будет в следующий раз?

Ответ: 10

200.

Между некоторыми из цифр числа 1313131313 поставьте знаки арифметических действий и скобки так, чтобы полученное выражение равнялось 2019.

Ответ: $13*13*(13-1) - 3*1*3$

300.

Найдите наименьшее натуральное число, среди делителей которого есть три, ни один из которых не делится на наибольший общий делитель двух других.

Ответ: 30

400.

Лариса Михайловна задумала два натуральных числа и сообщила их сумму Денису, а произведение - Косте. Денис сказал, что у Кости нет возможности определить сумму. На что Костя ответил: "Да, не было, но теперь я знаю, что сумма равна 136". Какие числа задумала Лариса Михайловна?

Ответ: 1 и 135

Решение:

Для того, чтобы Денис знал (на 100% уверен), что Костя не может знать сумму задуманных чисел, необходимо, чтобы эта сумма не имела вид $q+1$, где q - простое. (В противном случае Денис обязан допускать, что число, сообщённое Косте, - q , и Костя уже знает, что задуманы 1 и q .)

Следовательно, после фразы Дениса Костя узнал, что сумма задуманных чисел, уменьшенная на 1, не является простым числом. А поскольку, узнав это, он сразу же узнал и сумму, то среди всех разложений числа P на два множителя x и y имеется и притом ровно одно (с точностью до перестановки x и y), для которого число $x+y-1$ - не простое. (Через P мы обозначаем число, которое Л.М. сообщила Косте.)

Но для разложения $P=1*P$ имеем $x+y-1 = 1+P-1 = P$, причём P как раз и не простое (иначе ещё ДО фразы Дениса Костя всё знал бы)! Значит, Костя определил, что задуманы 1 и P , а у Дениса число $P+1$. Нам остаётся проверить, что, если $P=136-1=135$, то любое другое разложение $P=x*y$ приводит к тому, что число $x+y-1$ оказывается простым. (Это так: разложения $3*45$, $5*27$ и $9*15$ приводят к числам 47, 31 и 23 соответственно.)