

Разбор задач 5 тура математической онлайн-игры

Тема «Варианты с ограничениями»

100. Сколько существует трёхзначных чисел, в которых цифры идут в убывающем порядке?

Ответ: 120.

Решение. Любая тройка различных цифр однозначно определяет такое число. Выбрать 3 цифры из 10 можно 120 способами ($10 \times 9 \times 8 / 6$)

200. Сколькими способами пятерых школьников можно построить в одну шеренгу, если Вова с Димой отказываются стоять рядом?

Ответ: 72

Решение. 120 – количество способов расставить всех без разбора. «Склеим» Вову с Димой. 24 способа расставить всех после склейки. Это – те способы, которые запрещены. В каждом из них первым может быть Вова, а может быть Дима, т.е. запрещённых расположений 48.

300. На двух параллельных прямых отмечено по 6 точек. Надо провести 6 отрезков, не лежащих на этих прямых, так, чтобы каждая отмеченная точка служила концом ровно одного отрезка, а каждый отрезок пересекал не более одного из других отрезков. Сколькими способами это можно сделать?

Ответ: 13

Решение. Будем называть одну прямую верхней, а другую – нижней. Из первой точки верхней прямой отрезок должен идти либо в первую точку нижней прямой, либо во вторую. В первом случае задача свелась к аналогичной, но с 5 точками на каждой прямой. Во втором заметим, что из первой точки нижней прямой отрезок должен идти во вторую точку верхней прямой, т.е. в этом случае задача свелась к аналогичной с 4 точками. Последовательно решая задачу для одной точки на каждой прямой (1 способ), 2 точками (2 способа), 3 точками ($1+2=3$), 4 точками ($2+3=5$), 5 точками ($3+5=8$), 6 точками ($5+8=13$).

400. У Деда Мороза 8 сортов конфет и 7 разных сортов пряников. Он должен провести утренник, и вручить каждому ребёнку по N разных конфет и K разных пряников. Подарки не должны повториться. При каких N и K в утреннике могут принять участие наибольшее количество детей? Укажите все возможные пары N и K.

Ответ: (4, 3) или (4, 4)

Решение. Ясно, что наибольшее количество вариантов должно быть и при выборе конфет, и при выборе пряников.

Тема «Плей-офф»

В розыгрыше Кубка школы по шахматам участвуют 16 человек. Соревнование проводится по олимпийской системе с выбыванием (плей-офф): сначала участники разбиваются на 8 пар, в каждой из которых выявляется победитель, из этих победителей формируются 4 новые пары и так далее, до финала, где встретятся двое. Пусть 11 из 16 участников – девочки.

100. Какое наибольшее число раз пару играющих между собой могут составить две девочки?

Ответ: 10

200. Какое наибольшее число раз пару играющих между собой могут составить мальчик и девочка?

Ответ: 12

Пусть до соревнования рейтинги всех участников различны и выражаются целыми числами от 2201 до 2216. Предположим также, что в любой паре участников, разность рейтингов которых больше 3, всегда победит участник, имеющий больший рейтинг.

300. Какое наибольшее число встреч может выиграть участник с рейтингом 2201?

Ответ: 3

400. Каким наименьшим может быть рейтинг победителя этого соревнования?

Ответ: 2206

Тема «Строки из чисел»

100. Целые числа от 1 до 12 выпишите в строку так, чтобы каждое число, начиная со второго, было делителем суммы всех предыдущих.

Ответ (пример): 7, 1, 8, 2, 9, 3, 10, 4, 11, 5, 12, 6

200. У воспитательницы детского сада есть 8 карточек, пронумерованных числами от 1 до 8. Обратные стороны карточек пусты. Воспитательница выложила карточки в ряд пустыми сторонами вверх и предлагает детям такую игру: игрок пишет на пустых сторонах числа от 1 до 8 (каждое число – на одной карточке), после чего получает столько конфет, на скольких карточках его числа совпадают с номерами карточек. Вовочка знает, что

карточки выложены в порядке номеров, но с какого конца начинается отсчёт, не знает. Сколько конфет может гарантировать себе Вовочка в этой игре?

Ответ: 4

300. Целые числа от 1 до N выписаны в строку так, что среди любых 4 из них, выписанных подряд, есть хотя бы одно, делящееся на 5. Каким наибольшим может быть N ?

Ответ: 15

400. В строку выписано k чисел. Известно, что сумма любых 3 подряд идущих чисел больше 3, а сумма любых 5 подряд идущих - меньше 5. Каким наибольшим может быть k ?

Ответ: 6