

Разбор задач 4 тура 9 математической онлайн-игры
Тема «Арифметические задачи»

100. Варя старше сестры Оли на 7 лет, но младше папы на 25 лет. Сколько Варе лет, если Оля младше папы в 9 раз?

Ответ: 11.

Решение. Пусть Варе x лет, тогда Оле – $x-7$, папе – $x+25$. Составим уравнение: $9(x-7)=x+25$. Решим его, получаем $x=11$.

200. На кружок пришли 25 пятиклассников и шестиклассников. Количество пятиклассников, решивших первую задачу, оказалось равно количеству шестиклассников, её не решивших. Найдите разность двух чисел: школьников решивших задачу, и шестиклассников.

Ответ: 0.

300. При сложении двух целых чисел, Вовочка написал лишнюю цифру в конце одного из слагаемых и получил в сумме 2017 вместо 1034. Какие числа он складывал?

Ответ: 109 и 925.

Решение. Пусть были числа x и y . Тогда по условию $x+y=1034$. Пусть Вовочка вместо числа x записал число $10x+c$. По условию $10x+c+y=2017$. Разность чисел 2017 и 1034 равна 983. Тогда $9x+c=983$. Решив систему, получим $x = 109$ и $y = 925$.

400. По кольцевой железной дороге с интервалом в 5 минут курсируют 12 поездов. Когда два из них были отправлены на ремонт, то для сохранения 5-минутного интервала оставшимся пришлось увеличить скорость на 24 км/ч. Найдите длину дороги.

Ответ: 120

Решение. Пусть длина дороги равна x . Тогда в 12 поездов проходят $12x$. В то же время 10 поездов со скоростью, увеличенной на 24, проходят то же расстояние. Составим уравнение $12x=10(x+24)$. Ответом будет являться $x=120$.

Тема «Домино на шахматной доске»

Во всех задачах каждая доминошка занимает две соседние клетки доски.

100. На шахматную доску выложили все костяшки домино из полного набора. Какое наибольшее число точек может собраться в угловом квадрате доски 4×4 ?

Ответ: 86

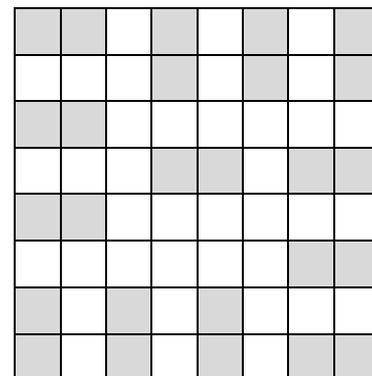
Решение. На 9 верхних левых клетках должны лежать полностью или частично хотя бы 5 разных доминошек. На них обязательно найдутся два числа меньше пяти. Пример расположения на рисунке.

6	6	5	6	0			
6	5	5	6	1			
6	5	4	6	2			
4	5	5	6	3			
	1	2					

200. Сколько доминошек можно разместить на шахматной доске, чтобы никакие две не имели общих точек?

Ответ: 13

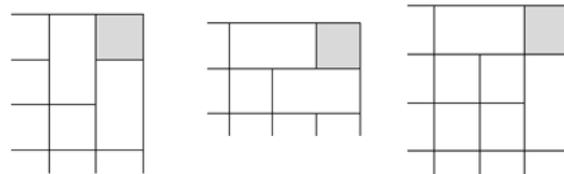
Решение. Одна доминошка занимает 6 узлов – угол клеток доски. Всего узлов 81. Хватает не более чем на 13. Пример на рисунке.



300. Сколькими способами можно вырезать из шахматной доски два домино, чтобы оставшуюся доску на домино разрезать было невозможно?

Ответ: 12

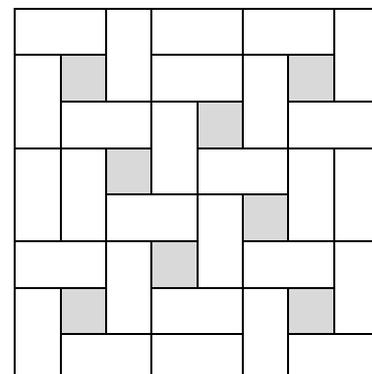
Решение. Можно показать, что единственная возможность, при которой доску нельзя будет разбить на доминошки, это деление доски на два несвязных куска, один из которых – угловая клетка. Отделить одну угловую клетку, вырезав две доминошки, можно тремя способами. Они изображены на рисунке. Аналогично для остальных трёх углов.



400. Сколько домино надо положить на шахматную доску, чтобы ни одну костяшку нельзя было сдвинуть, не выходя за пределы доски? Укажите наименьшее возможное количество.

Ответ: 28

Решение. Заметим, что у края доски нельзя оставить ни одной непокрытой клетки. Также отметим, что в квадрате 3×3 нельзя оставить более двух непокрытых клеток. Доску можно разделить на край и внутренность, состоящую из четырёх квадратиков 3×3 . Отсюда оценка. Пример на рисунке.



Тема «Числа по кругу»

100. Укажите какие-нибудь 6 различных чисел, которые можно записать по кругу так, что каждое будет равно сумме двух своих соседей (слева и справа).

Ответ (пример): 1, 3, 2, -1, -3, -2

200. Целые числа от 1 до 12 выписаны по кругу так, что разность между любыми двумя соседними из них не превосходит k . Найдите наименьшее возможное значение k .

Ответ: 2

300. Целые числа от 1 до 12 выписаны по кругу так, что разность между любыми двумя соседними из них больше или равна m . Найдите наибольшее возможное значение m .

Ответ: 5

400. У воспитательницы детского сада есть 9 карточек с цифрами от 1 до 9. Для каждой цифры есть ровно одна карточка с этой цифрой, причём цифра написана на одной из сторон карточки, а другая сторона пуста. Воспитательница выложила карточки по кругу пустыми сторонами вверх и предлагает детям такую игру: игрок пишет на пустых сторонах цифры от 1 до 9 (каждую цифру - на одной карточке), после чего получает столько конфет,

на скольких карточках его цифры окажутся больше цифр, написанных на нижних сторонах.

Вовочка знает, что карточки выложены так, что цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 идут именно в таком порядке по ходу часовой стрелки, но с какой карточки начинается отсчёт, не знает. Сколько конфет может гарантировать себе Вовочка в этой игре?

Ответ: 4