

Разбор задач финала математической онлайн-игры

Тема «Самое большое число»

100. Найдите самое большое значение произведения КУБА \times БАКУ.
(Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифра, а разным – разные.)

Ответ: 85206852.

200. *Отрезком* числа назовём число из одной или нескольких идущих подряд его цифр. Найдите самое большое составное число, любой отрезок которого – простое число.

Ответ: 737.

300. Все цифры n -значного числа X различны, причём для $k = 1, 2, \dots, n$ первые k его цифр образуют число, делящееся на k . Найдите самое большое X с таким свойством.

Ответ: 3816547290.

400. Найдите самое большое натуральное число, которое в 7 раз больше суммы квадратов своих цифр.

Ответ: 973

Тема «Криптография»

100. Во время онлайн-игры один участник послал другому в чате сообщение: «Ижакспод тевто!» Он думал, что остальные участники не смогут это сообщение прочитать. А вы сможете?

Ответ: Подскажи ответ!

200. Винни Пух зашифровал слово из словаря, заменив каждую букву ее порядковым номером в алфавите. В результате получилась запись: 222122111121. Какое слово зашифровано? Напомним, что в русском алфавите 33 буквы.

Ответ: Фуфайка.

300. Хитрый Лис придумал систему шифрования, допускающую несколько уровней сложности. Известно, что на нулевом уровне сообщение не изменяется.

На первом уровне зашифрованное им слово выглядит так:

П Д Ф В Б Н Ш И Л

На втором – так: Р Е У Д Б Н Щ Й К

А как это же слово будет выглядеть на нулевом и третьем уровнях?

Ответ:

О Д У В А Н Ч И К

С Ё Ф В Г П Ш И Н

400. Штирлицу попала закодированная записка Бормана:

15, 16, 16, 16, 16, 4, 5, 8, 31, 25, 20, 2, 19, 18.

Штирлиц знал, что Борман пишет по-русски, используя обычную нумерацию букв в русском алфавите от 1 до 33. Пробел между словами он обозначает номером 0. Также он знал, что Борман кодирует свои сообщения, добавляя к номеру каждой буквы число $X = nA + B$, где n - порядковый номер этой буквы в сообщении, A и B – целые константы, известные только Борману. Если результат оказывается больше 33, то из него вычитается 34. Кроме того, Борман ни в одном сообщении не обходится без местоимения "Я".

Расшифруйте записку.

1	А	12	К	23	Х
2	Б	13	Л	24	Ц
3	В	14	М	25	Ч
4	Г	15	Н	26	Ш
5	Д	16	О	27	Щ
6	Е	17	П	28	Ъ
7	Ё	18	Р	29	Ы
8	Ж	19	С	30	Ь
9	З	20	Т	31	Э
10	И	21	У	32	Ю
11	Й	22	Ф	33	Я

Тема «Три мудреца»

100. В комнате сидят три мудреца. Каждый из них либо всегда говорит правду, либо всегда лжёт. Каждый, указав на какого-то другого мудреца заявил, что тот – лжец. Сколько лжецов может быть в комнате?

Ответ: 1 или 2.

200. В комнате сидят три мудреца. Известно, что один из них всегда говорит правду, другой всегда лжёт, а третий говорит, как ему вздумается. За какое наименьшее число вопросов, ответами на которые могут быть только ДА или НЕТ, можно определить, кто из мудрецов всегда лжёт? (Каждый вопрос задаётся кому-то одному, разным людям могут задаваться как одинаковые, так и разные вопросы.)

Ответ: 2.

300. В комнате сидят три мудреца. Каждому на лбу написали какое-то натуральное число от 1 до 3. Мудрецы видят все числа, кроме своего. Каждый из них записывает на бумажке число 1, 2 или 3. После этого, если хотя бы у одного из мудрецов число на бумажке совпало с числом на лбу, все мудрецы получают приз. Опишите кратко, как они могут заранее договориться, чтобы гарантировать себе приз.

Ответ: Пусть у первого на лбу число "a", у второго "b", третьего "c".

Тогда первый напишет число $(-b-c)$ по модулю 3, второй $(-a-c-1)$ по модулю 3, а третий $(-a-b-2)$ по модулю 3. Числа $(a+b+c)$, $(a+b+c+1)$, $(a+b+c+2)$ – три последовательных числа, и хотя бы одно из них делится на 3.

400. За круглым столом сидят три мудреца. Известно, что один из них всегда говорит правду, другой всегда лжёт, а третий говорит, как ему вздумается. Задайте одновременно всем троим вопрос, требующий ответа ДА или НЕТ, так, чтобы по ответам можно было определить, кто из них говорит, как ему вздумается.