Разбор задач 3 тура 8 математической онлайн-игры

Тема «Необычные шахматы»

100. Магараджа – это фигура, которая может ходить и как ферзь и как конь. Четыре магараджи контролируют все клетки доски NxN. При каком наибольшем N такое возможно?

Ответ: 10. Пример, когда 4 магараджи контролируют все клетки доски 10x10, приведён на рисунке. Если размеры доски больше, хотя бы 11x11, такого примера не существует. Это доказывается перебором.

		М					М		
		М					М		

200. На клетке a3 шахматной доски стоит хромой конь, который может ходить, как обычный, но перемещаться только на более правые вертикали. Петя и Вася по очереди передвигают коня (начинает Петя). Кто первым поставит коня на последнюю вертикаль, выигрывает. Может ли Петя выиграть, как бы ни играл Вася? Если да, укажите все возможные первые ходы Пети, ведущие к выигрышу.

Ответ: b1 или b5. Задача эквивалентна такой. К числу 1 можно прибавить 1 или 2. Выигрывает тот, кто получит 8. Выигрышная стратегия первого – сначала прибавить 1, а затем на ответ 1 отвечать 2, а на ответ 2 отвечать 1. Это соответствует передвижению коня на одну или две вертикали.

300. Хромой ферзь бьёт как обычный, но не может бить на 7 клеток (от края доски до противоположного края). Какое наибольшее число не бьющих друг друга хромых ферзей можно поставить на доску? В ответе укажите расположение ферзей.

Ответ: 10. Пример на рисунке.

Ф							**Ф**
				Ф			
	Ф						
					Ф		
		Ф					
						Ф	
			Ф				
Ф							**Ф**

400. Сколькими способами на шахматную доску можно поставить 31 коня, чтобы никакие два не били друг друга?

Ответ: 68. Все способы получаются из двух базовых расположений 32 коней на доске: а) все кони на чёрных полях; б) все кони на белых полях. Сняв любого одного коня с доски, мы получим 64 способа расположения 31 коня. Ещё 4 способа получаются так – снимаем из базового расположения двух коней, контролирующих угол доски, а вместо них ставим коня в этот угол. То, что других расположений нет, доказывается небольшим перебором вершин на графе, в котором вершины – клетки, а рёбра соединяют те клетки, которые отстоят друг от друга на ход коня.

Тема «Ребусы»

100. Известно, что ДУБ+ДУБ+…+ДУБ=ЛЕС. Какое наибольшее количество ДУБОВ могут образовать ЛЕС?

Ответ: 9. Пример: 103х9=927 (возможны другие примеры). Больше 9 быть не может, т.к. при умножении трёхзначного числа на 10 получается 4-значное число.

200. Известно, что ДОСКА+ДОСКА+…+ДОСКА=ЗАБОР. Какое наименьшее количество ДОСОК может быть в ЗАБОРЕ?

Ответ: 2. Пример: 36082+36082=72164 (есть другие примеры).

300. Какое наименьшее значение может принимать значение числа ТРИ, если известно, что РАЗ+ДВА=ТРИ ?

Ответ: 415. Эта сумма получается при сложении 178 и 237. Решение обосновывается перебором: сначала получаем наименьшую возможную старшую цифру, затем – вторую и третью.

400. Составьте из различных цифр наибольшее 9-значное число, которое делится на 495.

Ответ: 9876524130. 495 = 11x9x5. Пять старших цифр большими быть не могут. Для деления на 5 в конце должен быть 0. Для деления на 11 оставшиеся цифры можно расположить только так.

Тема «Домино»

100. Петя разложил все костяшки домино с равным количеством точек по кучкам. В какой кучке больше всего точек? Если таких несколько, укажите все.

Ответ: в кучках с суммой 6 и 8 (по 24 точки)

200. Петя выбросил из комплекта домино три костяшки 1:2, 1:3 и 3:4, а оставшиеся по правилам игры расположил в ряд. Какие числа могут оказаться на краю ряда?

Ответ: 2 и 4. Числа на костяшках внутри ряда разбиваются на пары, примыкающих друг к другу. На краю могут оказаться только числа, которых осталось нечётное число.

300. Сколькими способами можно выбрать три костяшки домино из полного комплекта, чтобы все шесть чисел на выбранных костяшках были разными?

Ответ: 21x15x10=3150. Будем выбирать костяшки по очереди. Первой можно взять любую из 21 – не дубля. После выбора первой костяшки остаётся 15 костяшек для выбора второй, а затем 10 – для третьей. Эти количества не зависят от того, какие именно костяшки мы выбираем, поэтому варианты умножаются. Если порядок выбора не важен, то результат надо разделить на 6, т.к. все 6 вариантов перестановок выбранных костяшек мы подсчитали. Оба ответа: 3150 и 525 засчитывались.

400. На какое число частей, содержащих одинаковое количество костяшек можно разделить один комплект домино, чтобы общее количество точек в каждой части было одинаковым? Укажите все возможности.

Ответ: на 2, 4, 7, 14. Это общие делители чисел 28 (количество костяшек) и 168 (количество точек). Примеры разделения легко строятся.