Закономерности

Во всех задачах этой линейки надо вместо знаков вопроса (?) вставить число или букву. Могут быть разные ответы. К ответу надо приложить правило, которое лежит в основе вашего ответа. Правило должно быть коротким (одна-две строки).

100. 1, 4, 6, 8, 9, 10, ?

Ответ: 12.
Решение: это ряд натуральных чисел, не являющихся простыми.

200. ?, Д, Н, О, С, А, И, И, ?

Ответ: Я и М.
Решение: это первые буквы названий месяцев, в обратном порядке.

300. ?, 14, 1114, 3114, 211314, 31121314, 41122314, 31221324, ?

Ответ: 4 и 21322314.
Решение: каждое следующее число последовательности описывает сколько каких цифр в предыдущем члене последовательности, например, «1114» описывает, что в числе «14» одна единица (11) и одна четверка (14).

Режем прямоугольники

100. Приведите пример прямоугольника, который можно разрезать как на два, так и на три прямоугольника периметра 30 см.

Ответ: 9×12.
Решение: можно поделить на два прямоугольника 9×6 или на три прямоугольника 3×12.

5	7	2	7
1	6	9	4
9	8	6	8

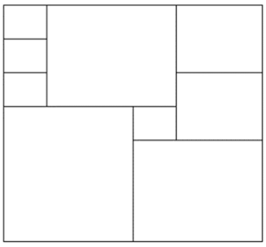
200. Разрежьте клетчатый прямоугольник (рисунок справа) на одинаковые части с одинаковой суммой чисел. Приведите все возможные суммы, которые могут получиться.
Ответ: 36 и 18.
Решение: сумма всех чисел равна 72. Рассмотрим часть, содержащую левую нижнюю девятку. Она не может состоять из одной клетки. Она состоит из 2, 3, 4 или 6 клеток. Тогда сумма в этой части равна 10, или не меньше 15. Делителями 72 среди них являются 36, 24, 18. Сумма 24 не может

получиться, т.к. иначе будут три равные части по 4 клетки, а это только прямоугольники 1×4, но в них разные суммы.
Примеры на 36 и 18:

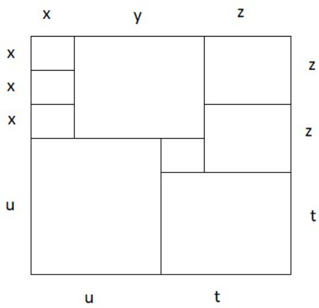
5	7	2	7
1	6	9	4
9	8	6	8

5	7	2	7
1	6	9	4
9	8	6	8

300. Квадрат разбит на 9 частей, как представлено на рисунке. Какое наибольшее число частей может быть квадратами?



Ответ: 8
Решение: пусть все прямоугольники – квадраты.
Обозначим стороны квадратов как на рисунке. Понятно, что $y = 3x$. Кроме того, $x + y + z = 2z + t = t + u = u + 3x$. Откуда, $u = 2z, t = 3x$. Тогда, $x + y + z = 2z + 3x$. Откуда, $y = z + 2x = 3x$. Следовательно, $x = z$. Противоречие, т.к. $2z > 3x$.



Спорт

100. Сколько команд участвовало в однокруговом футбольном турнире, если все вместе они набрали 43 очка? (За победу в матче начисляется 3 очка, за ничью - 1, за поражение - 0.)

Ответ: 6 или 7
Решение: в каждой игре разыгрывается 2 или 3 очка. Следовательно, количество игр не меньше 15 и не больше 21. Если в однокруговом турнире не более 5 команд, то игру не более 10. Если в турнире не менее 8 команд, то игр не менее 28.
Подходит турнир из 6 команд с двумя ничьями и турнир из 7 команд с единственной не ничейной игрой.

200. Хоккейный турнир 5 команд требуется провести так, чтобы каждая команда играла не более одного матча в день и не более двух – в течение любых трёх дней подряд. За какое наименьшее число дней можно провести турнир?

Ответ: 6
Решение: четырьмя днями обойтись не удастся, т.к. каждая команда будет играть 4 дня подряд. Если бы турнир проходил за 5 дней, то у каждой команды был бы один «выходной» и этот выходной приходился бы на 3 день для всех команд. Но в день может состояться не более 2 игр, поэтому игр будет не более 8, а их – 10.
Пример на 6 дней.
1. А-Б, В-Г.
2. А-В, Б-Д.
3. Г-Д.
4. А-Г.
5. А-Д, Б-В.
6. Б-Г, В-Д.

300. В одну из групп Лиги чемпионов по футболу вошли команды "Шинник", "Дружба", "Бавария" и "Реал". После того, как каждая команда сыграла по одному разу с каждой из остальных, турнирные показатели выглядели так: "Шинник" - 1 победа, 2 ничьи, разность забитых и пропущенных мячей 3-1; "Дружба" – 1 победа, 1 ничья, 1 поражение, разность мячей 3-1; "Бавария" - 1 победа, 1 ничья, 1 поражение, разность мячей 1-3; "Реал" – 1 победа, 2 поражения, разность мячей 2-4. Определите результат матча "Шинник" – "Реал".

Ответ: Шинник-Реал 3:1.
Решение: заметим, что количество ничьих – 2, и в обеих из них играл Шинник, поэтому игры Шинник-Дружба и Шинник-Бавария закончились вничью. Поэтому, Шинник выиграл у Реала причем с разницей 2 мяча. Пусть Шинник выиграл со счетом 2:0. Тогда один из матчей Шинник-Дружба и Шинник-Бавария закончился 1:1, а другой – 0:0. В минитурнире Дружба, Бавария, Реал разница мячей соответственно равна 2:0, 1:3, 2:2 или 3:1, 0:2, 2:2. В первом случае Дружба не могла проиграть, а во втором случае – Бавария выиграть.

Деньги

100. В хождении есть сторублёвые, двухсотрублёвые и пятисотрублёвые купюры. На столе лежат три купюры. Одна из них – не сторублёвая, одна – не двухсотрублёвая, одна – не пятисотрублёвая. Какая общая сумма может быть у этих купюр? Укажите все возможности.

Ответ: 400, 500, 700, 800, 900, 1100, 1200
Решение: единственный вариант, не удовлетворяющий условию задачи – когда все три купюры равного достоинства. Подходят суммы всех остальных троек чисел из набора 100, 200, 500.

200. Золотая монета в 1 дублон должна весить 1 грамм, в 2 дублона – 2 грамма, в 3 дублона – 3 грамма. У Джека по 2 монеты каждого достоинства. Одна из монет фальшивая, которая немного отличается по весу от настоящих. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно определить фальшивую монету?

Ответ: 2
Решение: за одно взвешивание определить невозможно, т.к. если какая-то пара монет одного достоинства лежит в одной кучке (на чашах или вне), то эта пара не различима. В противном случае на каждой из чаш весов должны лежать по одной монете в 1, 2 и 3 дублона. Тогда не ясно, какая монета фальшивая.
За два взвешивания определить можно.
Пусть $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ – пары монеты в 1, 2 и 3 дублона соответственно.
Первое взвешивание. Слева b_1, b_2. Справа a_1, c_1.
1) В случае равенства получаем, что фальшивая монета находится среди a_2, c_2, вторым взвешиванием сравниваем a_2 с настоящей a_1.
2) Если левая чаша тяжелее, то взвешиваем слева a_1, b_1, справа $a_2(\text{наст}), b_2$.
Если тяжелее слева, то b_1 (ф), если справа - b_2 (ф), если равенство - c_1 (ф).
3) Если правая чаша тяжелее, то взвешиваем слева a_1, b_1, справа $a_2(\text{наст}), b_2$.
Если тяжелее слева, то a_1 (ф), если справа - b_1 (ф), если равенство - c_1 (ф).

300. В Туркмении в ходу монеты 1 тенге, 1, 2, 6 манатов. Какое наибольшее число манатов может быть в 1 тенге, если любую сумму в целое число манатов от 1 до 95 можно уплатить не более чем 10 монетами?

Ответ: 53
Решение: любую сумму от 1 до 52 можно уплатить 10 монетами в 1, 2 или 6 дублонов (назовем их «мелкими»). Сумму в 53 маната нельзя уплатить 10 мелкими монетами, поэтому тенге равен 53 маната. Для того, чтобы уплатить

сумму более чем в 53 маната, берем 1 тенге и оставшуюся сумму, в не более чем 42 маната, уплачиваем не более чем 9 мелкими монетами.