Разбор задач 1 тура математического интернет-турнира
4 октября 2018 года

Тема «Гномы любят молоко»

100. У гнома Андербургера в бутылке в 2 раза больше молока, чем у гнома Бургерандера. Каждый выпил из своей бутылки по стакану молока (в стакане 200 г), и у Андербургера стало в 3 раза больше молока, чем у Бургерандера. Сколько молока было у каждого гнома в начале?
Ответ: 400 и 800.

200. Гномы Андербургер и Бургерандер налили в свои кружки по пинте молока. Андербургер стал пить своё молоко со скоростью 2 глотка в минуту, а Бургерандер - со скоростью 7,5 глотков в минуту. Через 8 минут в бутылке у Андербургера осталось в 5 раз больше молока, чем у Бургерандера. Зная, что за один глоток каждый гном выпивает 8 г, скажите, сколько граммов в одной пинте?
Ответ: в пинте 568 г.
Проверка. 568-8*2*8=440. 568-8*7,5*8=88.

300. У гнома Цимбергграуфа с вечера осталось 4 литра молока, которое за ночь остыло до комнатной температуры: 15 градусов. Утром ему принесли 3 литра только что надоенного молока температуры 36 градусов. Цимбергграуф смешал всё молоко. Какая температура оказалась у смеси?
Ответ: 24 градуса

400. Гномы Андербургер и Бургерандер налили в свои кружки всего одну пинту молока. Андербургер, посчитав, что ему досталось больше, перелил половину своего молока Бургерандеру. Тот, в свою очередь, посчитав, что теперь у него больше, перелил половину своего молока Андербургеру. Так они сделали 100 переливаний. Сколько молока оказалось у каждого гнома? Ответ дайте с точностью до грамма.
Ответ: у последнего переливающего остаётся 1/3, а у второго 2/3 всего молока. Процесс стабилизируется быстро, поэтому после 100 переливаний у Андербургера 2/3 пинты, а у Бургерандера 1/3 пинты, т.е. 379 и 189 г соответственно.

Тема «Девять карточек»

100. В мешке 9 карточек, пронумерованных числами от 1 до 9. Какое наименьшее число карточек нужно вынуть, чтобы среди номеров вынутых карточек наверняка нашлись два, из которых складывается число, кратное 4?
Ответ: 7.
Указание. Если вынуть семь карточек, то можно будет составить хотя бы одно из следующих чисел: 12, 36, 48. С другой стороны, шесть вынутых карточек могут иметь номера 1, 3, 4, 5, 7, 9, и сложить нужное число окажется невозможным.

200. В мешке 9 карточек, пронумерованных числами от 1 до 9. Какое наименьшее число карточек нужно вынуть, чтобы среди номеров вынутых карточек наверняка нашлись два, один из которых делится на другой?
Ответ: 6.
Указание. Пять вынутых карточек могут иметь номера 5, 6, 7, 8, 9, ни один из которых не кратен другому. С другой стороны, среди номеров любых шести карточек найдутся два, которые оба входят либо в тройку (1, 3, 9), либо в тройку (2, 4, 8).

Разбор задач 1 тура математического интернет-турнира
4 октября 2018 года

300. В мешке 9 карточек, пронумерованных числами от 1 до 9. Какое наименьшее число карточек нужно вынуть, чтобы среди номеров вынутых карточек наверняка нашлись два, не делящиеся друг на друга?

Ответ: 5.

Указание. Четырёх вынутых карточек, вообще говоря, недостаточно, поскольку их номерами могут оказаться 1, 2, 4 и 8. Если же вынуть пять карточек, то среди их номеров будут либо оба числа 2 и 3, либо не менее двух чисел из набора 5, 6, 7, 8, 9.

400. В мешке 9 карточек, пронумерованных числами от 1 до 9. Какое наименьшее число карточек нужно вынуть, чтобы среди номеров вынутых карточек наверняка нашлись три, один из которых равен полусумме двух других?

Ответ: 6.

Указание. Пяти вынутых карточек, вообще говоря, недостаточно, поскольку их номера могут составить, например, набор 1, 2, 4, 8, 9. А то, что шести карточек всегда достаточно, можно установить перебором.

Тема «В гостях у Каиссы»

100. На поле f5 стоит конь. Сколько на доске полей, на которые он может попасть равно за 3 хода?

Ответ: 32.

Указание. Нетрудно установить, что с поля f5 коня за 3 хода можно перевести на любое из 32 чёрных полей доски.

200. Какое наименьшее число ферзей можно поставить на одну диагональ так, чтобы все свободные поля доски были под боем? Укажите одно из возможных расположений ферзей.

Ответ: 5.

Указание. Пять ферзей, поставленных, например, на b2, d4, e5, f6 и h8, побьют остальные 59 полей. Четырёх же ферзей на какой-нибудь, для определённости - чёрной, недостаточно. В самом деле, четыре белые клетки любой горизонтали, на которой нет ферзей, должны побиваться разными ферзями; это значит, что никакие два из этих четырёх ферзей не стоят в соседних (по диагонали) клетках. А тогда и диагональ должна быть достаточно длинной - не менее 7 клеток; таких (чёрных) диагоналей на доске всего три, а существенно разных и удовлетворяющих полученному нами условию расстановок четвёрки ферзей - две. Рассматривая эти расстановки, видим, что в обоих случаях не все поля доски будут биты.

300. На доску разрешается ставить только королей и ладей. Какое наименьшее число фигур можно поставить так, чтобы все свободные поля были под боем?

Ответ: 6.

Указание. При наличии не более одной ладьи потребуется не менее 9 королей, при двух или трёх ладьях - не менее 4 королей, а при пяти ладьях достаточно одного короля. **Пример расстановки:** ладьи на a1, b2, c3, d4 и e5, король на g7.

400. Шахматной нотацией приведите пример партии, в которой на 4-м ходу белые ставят мат конём.

Пример: 1. Kf3 e6 2. Ke5 Ke7 3. Kg4 g6 4. Kf6 X.