## Рёбра в графах

**100.** На игру пришли несколько школьников из 5, 6 и 7 классов. Оказалось, что каждый пятиклассник дружит ровно с шестью шестиклассниками, каждый шестиклассник – ровно с семью семиклассниками, а каждый семиклассник – ровно с пятью пятиклассниками. Какое наименьшее число школьников могло прийти на игру?

**Ответ:** 18 человек: 5 пятиклассников, 6 шестиклассников, 7 семиклассников.

**200.** Каждый из 7 компьютеров связан с каждым отдельным проводом. Все 6 проводов, выходящих из каждого компьютера, разного цвета. Какое наименьшее количество цветов может быть использовано?

**Ответ:** 7 цветов.
Проводов каждого цвета не больше трёх, а всего проводов 21. Пример строится несложным перебором.

**300.** Утром школьники заходили в класс на занятия. Каждый пожал руку каждому, пришедшему ранее. Вовочка зашёл последним и не успел пожать руку всем, как прозвенел звонок. Всего было сделано 280 рукопожатий. Сколько учеников в классе?

**Ответ:** 25.
Если бы их было меньше, то всего рукопожатий не больше 24x23/2=276. Если бы больше, то даже, если бы Вовочка никому руки не пожал, рукопожатий было бы не меньше 25x24/2=300. 25 подходит, Вовочка при этом пожал руки четверым.

**400.** В районе 10 посёлков, между некоторыми парами посёлков проведены дороги. Всего 20 дорог. Схему дорог показали губернатору. Оказалось, что надо построить ещё N дорог, чтобы из каждого посёлка можно было проехать в любой другой по дорогам. Губернатор – очень экономный человек, и лишних дорог строить не будет. Чему может быть равно N? Укажите все возможности. (Съехать с дороги на другую дорогу можно только в их концах.)

**Ответ:** 1, 2, 3 или 4 дороги.
Наибольшее число компонент связности при таком количестве посёлков и дорог - пять.

## Арифметические задачи

**100.** Пользуясь знаками арифметических действий и скобками, сделайте из числа 999999999 выражение, равное 2018.

**Ответ:** (999+9+9:9)x((9+9):9).

**200.** Числа 1, 2, 3, …, 12 в некотором порядке расставили по кругу и для каждых двух, поставленных рядом, вычислили сумму. Каким наименьшим могло оказаться количество различных среди этих сумм?

**Ответ:** 3.

**300.** Найдите все составные числа, которые могут быть остатками при делении простых чисел на 70.

**Ответ:** 9, 27, 33, 39, 51, 57, 69.

**400.** Записано четыре числа, среди попарных сумм которых есть числа 10, 12, 14, 16 и 20. Какой может быть ещё одна сумма двух записанных чисел?

**Ответ:** 6 или 18.

**Даешь максимум**

**100.** На шахматную доску поставлено k белых и k чёрных королей, так, что никакие два короля разных цветов друг друга не бьют. Найдите наибольшее возможное k.

**Ответ:** 27.

**200.** На шахматную доску поставлено k белых и k чёрных ладей, так, что никакие две ладьи разных цветов друг друга не бьют. Найдите наибольшее возможное k.

**Ответ:** 16.

**300.** Имеется n монет, n-1 из которых – настоящие, весящие по 10 г, а одна – фальшивая, вес которой отличается от 10 г, причём неизвестно, в какую сторону. Есть также гирька массой 10 г и чашечные весы, на которых разрешается сделать не более двух взвешиваний. При каком наибольшем n можно гарантированно определить фальшивую монету?

**Ответ:** 5.

**400.** Имеется n монет, n-1 из которых – настоящие, весящие по 10 г, а одна – фальшивая, вес которой отличается от 10 г, причём неизвестно, в какую сторону. Есть также гирька массой 10 г и чашечные весы, на которых разрешается сделать не более трёх взвешиваний. При каком наибольшем n можно гарантированно определить фальшивую монету?

**Ответ:** 14.