

Разбор задач 3 тура 10 математической онлайн-игры

Тема «Слоны, кони, шашки»

100. Каким наименьшим количеством слонов можно побить все свободные клетки шахматной доски? Клетка, на которой стоит фигура, считается побитой.

Ответ: 8. Пример на рисунке.

		x			x		
		x			x		
		x			x		
		x			x		

200. Каким наименьшим количеством коней можно побить все свободные клетки шахматной доски? Клетка, на которой стоит фигура, считается побитой.

Ответ: 12. Пример на рисунке

		x					
		x	x		x	x	
					x		
		x					
	x	x		x	x		
					x		

300. Какое наибольшее количество слонов можно поставить на шахматную доску, чтобы каждый оказался под боем ровно двух других слонов?

Ответ: 24. Пример на рисунке

	x	x	x	x	x	x	
x							x
x							x
x							x
x							x
x							x
x							x
	x	x	x	x	x	x	

400. На некоторых клетках (но не на всех) шахматной доски стоят шашки. Оказалось, что для каждой свободной клетки количество шашек, стоящих с ней на одной горизонтали и одной вертикали вместе равно двум. Сколько всего фишек стоит на доске? Укажите все возможности.

Ответ: 8, 15, 16. Примеры на рисунке.

x								
	x							
		x						
			x					
				x				
					x			
						x		
							x	

x	x	x	x	x	x	x	x	x
x								
x								
x								
x								
x								
x								
x								

x	x	x	x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x	x	x	x

Тема «Друзья»

100. У Яши в компании 6 друзей, у Тоши – пять, у Лёши и Даши – по три, у Кеши и Маши – по две, а у Федота – один. С кем дружит Даша? (Вся компания перечислена.)

Ответ: С Яшей, Тошей и Лёшей.

Указание. Нарисуйте граф, вершинами которого будут дети, ребрами – матчи между ними.

200. Известно, что у четверых из 7 школьников ровно по 4 друга. По сколько друзей может быть у остальных, если известно, что у них друзей поровну?

Ответ: 2, 4, 6.

300. У каждого ребёнка в группе детского сада ровно два друга – мальчика и ровно две подруги – девочки. Известно, что у любых подруг нет общего друга, а любых друзей мальчиков нет общей подруги. Какое наименьшее количество детей может быть в группе?

Ответ: 8

400. В классе у всех учеников разное число друзей, кроме Пети и Васи, у которых по 12 друзей. Сколько учеников в классе?

Ответ: 24 (если считать, что нет школьника-изгоя) или 25 (если считать, что школьник-изгой есть). Жюри приняло решение признать оба ответа верными.

Тема «Коты в мешке»

100. В мешке сидели коты. Когда в мешок посадили сначала половину, потом треть, а потом четверть количества котов, которые там сидели сначала, там стало 100 котов. Сколько котов сидело в мешке сначала?

Ответ: 48. **Указание.** 100 котов равны $1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 = 25/12$

искомого количества.

200. В прошлом году кошке Мурке было 7 лет, а завтра будет N лет. Чему может равняться N?

Ответ: 7, 8, 9.

Указание. Между днём, когда Мурке было 7 лет, и днём, который был "завтрашним" на момент произнесения фразы, прошло не более двух лет.

300. Ваське и Мурке вместе 10 лет, причём Мурке в 3 раза меньше лет, чем будет Ваське тогда, когда им вместе будет в 5 раз больше, чем сейчас. Сколько лет Ваське? (Возраст может быть не целым.)

Ответ: 2,5.

Решение. Пусть Ваське сейчас x лет, а Мурке – y . Из условия следует, что, когда Паше будет $3y$ лет, им вместе будет 50. Значит, Мурке тогда будет $50 - 3y$ лет, а поскольку разница в возрасте сохраняется, то имеем равенство $3y - (50 - 3y) = x - y$, преобразующееся к виду $7y = x + 50$. Записав ещё условие $x + y = 10$, решим полученную систему. Замечание. Задачу можно решить и прямым перебором.

400. 5-летие одного из двух котят, появившихся на свет с интервалом в 20 минут, пришлось на среду. На какой день недели могло прийти 5-летие другого кота?

Ответ: любой день с понедельника по пятницу

Указание. Очевидно, что на вторник, на среду или на четверг 5-летие другого котенка прийти могло. А в високосном году оно могло прийти и на понедельник, если котенок родился в самом конце суток 28 февраля (его брат – уже 1 марта), и на пятницу, если появление на свет случилось в самом начале первых суток марта.