Разбор задач 2 тура 2 турнира 7 математической онлайн-игры

Тема «Задачи с квадратами»

100. Ответ (пример): 7, 36, 8, 18, 14, 72, 2, 144.

200. Ответ: 2**. Решение.** Дно стаканчика вместе с любой боковой гранью составят прямоугольник 4 см х 12 см, а оставшиеся три боковые грани - прямоугольник 8 см х 12 см. Из этих двух прямоугольников складывается квадрат 12 см х 12 см.

300. Ответ: 37**. Решение.** Предположим, что N камней расставлены так, что требуемое условие выполнено. Тогда, если на каждой линии стоит не менее двух камней, то N не меньше 2 х 19 = 38. Если же имеется линия, пусть, для определённости, - вертикаль, на которой всего один камень, то для каждого из остальных 18 пунктов этой вертикали имеются по меньшей мере два камня (слева и справа от пункта), стоящие на той же горизонтали, что и этот пункт; всего в этом случае набирается не меньше, чем 1 + 2 х 18 = 37 камней. Ясно также, что если имеется линия вообще без камней, то число камней на доске не меньше 38. Итак, в любом случае число N больше или равно 37. С другой стороны, очевидно, что, заняв 37 камнями все пункты на двух больших диагоналях доски, получим позицию, где каждый свободный пункт находится между двумя камнями.

400. Ответ: 23. **Решение.** Заметим, что на каждом квадратике разность номеров любых двух соседних вершин нечётна; вся же стопка имеет углы, в том числе соседние друг с другом, с равной суммой номеров. Поэтому число квадратиков в стопке чётно. А поскольку сумма номеров на каждом квадратике равна 1+2+3+4=10, то общая сумма всех номеров делится на 20.

Для трёх углов вместе сумма 19+19+19=57 при делении на 20 даёт остаток 17, значит, в четвёртом углу остаток суммы номеров при делении на 20 равен 3. Очевидно, что искомое число больше 3 и меньше 43; единственным подходящим значением для него является 23. Остаётся привести пример соответствующего расположения (19+19+19+23):10 = 8 квадратиков в стопке. Пусть у 4 из них ("обычных") вершины пронумерованы по часовой стрелке, а ещё у 4 ("обратных") - против. Выбрав один из углов стопки (он и будет тем самым "четвёртым"), расположим квадратики так, чтобы в этом углу оказались вершины №1 у трёх "обратных" и вершины №4 у остальных пяти квадратиков.

Тема «Группировки слагаемых»

100. Ответ: 495000.

200. Ответ: 40. **Решение.** На любой футболке есть либо красный, либо чёрный цвет, но не оба вместе. Поэтому общее число футболок равно 70+60=130. А так как любая из 130 футболок содержит либо белый, либо синий цвет, то синий есть на 130-90=40 футболках.

300. Ответ: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55. **Решение.** Обозначив число двугорбых верблюдов через n, разберём два случая:

1) n не больше 22. Тогда есть 33 одногорбых верблюда, у них вместе 33 горба, а у остальных - 2n+(22-n)=22+n горбов. Поскольку 33 больше, чем 22+n, то n меньше, чем 33-22=11.

2) n больше 22. Тогда есть 22 двугорбых верблюда, у которых вместе 44 горба, и это число должно быть меньше, чем 2(n-22)+(55-n)= n+11 (поскольку среди остальных 33 верблюдов имеется n-22 двугорбых и 33-(22-n)=55-n одногорбых). Это значит, что n больше, чем 44-11=33.

400. Ответ: 4100625. **Указание.** После раскрытия скобок в выражении (1+2+3+4+5+6+7+8+9)x(0+1+2+3+4+5+6+7+8+9)x(0+1+2+3+4+5+6+7+8+9)x (0+1+2+3+4+5+6+7+8+9) получаются 9000 слагаемых, которые совпадают с произведениями цифр для 9000 различных четырёхзначных чисел (от 1000 до 9999).

Тема «В мире животных»

100. Ответ (пример): 64 x 64 x 64 = 512 x 512 (или 81 x 81 x 81 = 729 x 729).

200. Ответ (пример): 94276 + 94276 +94276 = 282828.

300. Ответ: 20 : 25 = 16 : 20; 30 : 36 = 24 : 30; 42 : 49 = 36 : 42.

400. Ответ: 101. **Указание.** Получив тождество
МЯЯЯУ = МЯУ x 101 + (Я-У-М) x 100, перебором устанавливаем, что число (Я-У-М) x 100 может делиться на МЯУ только в случае, когда (Я-У-М) x 100 = 0, то есть когда Я = У + М.