

## Разбор задач 2 тура 1 турнира 6 математической онлайн-игры

### Тема «Математике все возрасты покорны»

**100.** Академик Никольский как-то сказал: "Когда я проживу половину, да треть, да четверть моих лет, мне станет 100 лет". Сколько лет ему было в момент произнесения этих слов?

**100.** О т в е т: 48. У к а з а н и е. 100 лет равны  $1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 = 25/12$  искомого возраста.

**200.** Вовочка сказал: "В прошлом году мне было 10 лет, а завтра будет уже N лет". Чему может равняться N?

**200.** О т в е т: 11 или 12. У к а з а н и е. Между днём, когда Вовочке было 10 лет, и днём, который был "завтрашним" на момент произнесения фразы, прошло не более двух лет.

**300.** 50-летие одного из двух братьев-близнецов, появившихся на свет с интервалом в 20 минут, пришлось на среду. На какой день недели могло прийти 50-летие другого брата?

**300.** О т в е т: на понедельник, на вторник, на среду, на четверг или на пятницу. У к а з а н и е. Очевидно, что на вторник, на среду или на четверг 50-летие другого брата прийти могло. А в високосном году оно могло прийти и на понедельник, если юбиляр родился в самом конце суток 28 февраля (его брат - уже 1 марта), и на пятницу, если появление на свет случилось в самом начале первых суток марта.

**400.** Паше и Маше вместе 26 лет, причём Маше в 3 раза меньше лет, чем будет Паше тогда, когда им вместе будет в 5 раз больше, чем Паше сейчас. Сколько лет Паше?

**400.** О т в е т: 14. Р е ш е н и е. Пусть Паше сейчас  $x$  лет, а Маше -  $y$ . Из условия следует, что, когда Паше будет  $3y$  лет, им вместе будет  $5x$ . Значит, Маше тогда будет  $5x - 3y$  лет, а поскольку разница в возрасте сохраняется, то имеем равенство  $3y - (5x - 3y) = x - y$ , преобразующееся к виду  $7y = 6x$ . Записав ещё условие  $x + y = 26$ , решим полученную систему. З а м е ч а н и е. Задачу можно решить и прямым перебором.

## Тема «Движение на дорогах»

**100.** Автомобиль едет от Ярославля до Рыбинска 1 час, а мотоциклист - полтора часа. Через сколько времени автомобиль догонит мотоциклиста, если тот выехал в Рыбинск на 10 минут раньше?

**100.** О т в е т: через 20 минут. Р е ш е н и е. Мотоциклист на каждый участок пути тратит времени в полтора раза больше, чем автомобиль. При этом разница в потраченном времени составляет  $3/2 - 1 = 1/2$  времени, потраченного автомобилем. Следовательно, если разница равна 10 минутам, то автомобиль на соответствующий участок потратит 20 минут.

**200.** Если ехать из Рыбинска в Ярославль на такси, то на дорогу уйдёт 1 час. Как-то мэр Рыбинска выехал на встречу с губернатором, но вдруг вспомнил, что забыл в кабинете отчёт о работе. Он рассчитывал прибыть к губернатору за полчаса до назначенной встречи, но, потратив время на возвращение, в итоге опоздал на 20 минут. Какую часть пути мэр проехал до разворота?

**200.** О т в е т:  $5/12$ . Р е ш е н и е. Из-за забывчивости было потеряно  $30+20 = 50$  минут, половина из которых, то есть 25 минут, потрачена на путь с отчётом до места разворота. Этот путь составил  $25/60 = 5/12$  всего пути между городами.

**300.** Турист остановился, пройдя 300 м восьмисотметрового туннеля, оглянулся назад и увидел поезд, приближающийся к туннелю со скоростью 60 км/ч. Если турист побежит назад, то как раз успеет добежать до начала туннеля, когда туда будет въезжать поезд. Если же он побежит вперёд, то как раз успеет добежать до конца туннеля, когда поезд его догонит. С какой скоростью бегают турист?

**300.** О т в е т: 15 км/ч. Р е ш е н и е. Если турист пробежит вперёд 300 м, то до конца туннеля ему останется 200 м. В этот самый момент в туннель въедет поезд, и, пока турист будет преодолевать 200 м, поезд пройдёт весь туннель, то есть 800 м. Значит, скорость туриста в 4 раза меньше скорости поезда.

**400.** Снегоуборочная машина очищает участок дороги, идущий в гору, за 23 минуты, а тот же участок в обратном направлении - за 17 минут. Одна

машина стала убирать этот участок, двигаясь в гору. Через сколько времени должна начать работу вторая машина, двигающаяся с другого конца участка, чтобы к моменту полной уборки первая машина убрала в полтора раза больше снега, чем вторая?

**400.** О т в е т: через 7 минут. Р е ш е н и е. Из условия следует, что первая машина должна пройти  $\frac{3}{5}$  участка, а вторая -  $\frac{2}{5}$ . Время работы (в минутах) первой и второй машин составит  $23x(\frac{3}{5})$  и  $17x(\frac{2}{5})$  соответственно, а разность  $23x(\frac{3}{5}) - 17x(\frac{2}{5}) = 7$  и является искомым числом минут.

### Тема «Таблицы»

**100.** В таблицу  $3 \times 3$  поставьте 9 различных натуральных чисел так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце произведение всех трёх чисел равнялось 2016.

**100.** П р и м е р. В первую строку ставим (слева направо) числа 7, 8, 36, во вторую - 16, 9, 14, в третью - 18, 28, 4.

**200.** В таблице  $6 \times 6$  стоят 36 различных чисел. Каждую секунду в каждой строке исчезает наибольшее, а в каждом столбце - наименьшее из чисел. Какое наибольшее время это может продлиться?

**200.** О т в е т: 6 секунд. Р е ш е н и е. Поскольку каждую секунду в каждом ряду исчезает хотя бы одно число, то не позднее, чем через 6 секунд исчезнут все числа во всех рядах. Пример таблицы, для которой процесс продлится 6 секунд: в первой строке расположенные слева направо натуральные числа от 1 до 6, во второй - от 7 до 12 и так далее.

**300.** Решите предыдущую задачу, изменив вопрос: какое наименьшее время это может продлиться?

**300.** О т в е т: 3 секунды. Р е ш е н и е. Каждую секунду исчезает не более 12 чисел, поскольку в таблице 12 рядов. Поэтому процесс продлится не более  $36:12 = 3$  секунд. Пример таблицы, которая исчезает за 3 секунды: в первой строке стоят слева направо числа 1, 7, 13, 19, 25, 31, во второй - 32, 2, 8, 14, 20, 26, в третьей - 27, 33, 3, 9, 15, 21, в четвёртой - 22, 28, 34, 4, 10, 16, в пятой - 17, 23, 29, 35, 5, 11, в шестой - 12, 18, 24, 30, 36, 6.

**400.** Во всех клетках таблицы  $3 \times 3$  стояли нули. Затем каждую секунду в каком-нибудь из квадратов  $2 \times 2$  все числа увеличивались на единицу. Сейчас в некоторых восьми клетках стоят числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, и 8. Какое число в оставшейся клетке?

**400.** О т в е т: 12. Р е ш е н и е. Заметим, что в таблице есть число (оно стоит в центральной клетке), равное  $1/3$  суммы всех остальных. А так как каждое из чисел от 1 до 8 меньше  $1/3$  такой суммы, то искомым числом может быть только  $(1+2+3+4+5+6+7+8):3 = 12$ . Соответствующая таблица могла получиться, например, так: один раз увеличивались числа левого верхнего квадрата  $2 \times 2$ , два - правого нижнего, три - правого верхнего и шесть - левого нижнего.