**Разбор задач 1 тура 8 математической онлайн-игры**

**Тема «Обходы»**

**100.** О т в е т: 4, 6, 8. У к а з а н и е. Примеры соответствующих маршрутов легко строятся, и остаётся объяснить, почему замкнутый маршрут не может состоять из нечётного числа рёбер. Рассмотрим три пары противоположных граней куба ("верхняя" - "нижняя", "левая" - "правая", "передняя" - "задняя"). Каждое ребро на маршруте соединяет между собой грани одной из этих пар, а для каждой пары число соединяющих рёбер чётно в силу замкнутости маршрута.

**200.** О т в е т: 64 см. Р е ш е н и е. Так как у параллелепипеда 8 вершин, то весь путь можно разбить на 7 участков, каждый из которых соединяет некоторые две вершины. Значит, длина пути не меньше суммы длин некоторых 7 рёбер параллелепипеда. Заметим также, что хотя бы одно из этих 7 рёбер имеет длину 12 см. Следовательно, длина пути (в сантиметрах) не может быть меньше, чем 12+8+8+8+8+10+10 = 64. Для завершения решения остаётся убедиться, что путь длины 64 см существует.

**300.** О т в е т: 12. Р е ш е н и е. Два хода подряд - в угол доски и из этого же угла - не могут оба диагональными. А поскольку у доски 4 угла, то 16-ходовый замкнутый маршрут, проходящий через все клетки доски, содержит не более 16 – 4 = 12 диагональных ходов. Пример маршрута с 12 диагональными ходами укажем, пользуясь общепринятой шахматной нотацией: a1-b2-a3-b4-a4-b3-c4-d3-d4-c3-d2-c1-d1-c2-b1-a2-a1.

**400.** О т в е т: 14. Р е ш е н и е. Заметим, что никакие две из 8 "боковых" клеток - a1, a2, a3, a4, d1, d2, d3, d4 - не могут быть посещены конём непосредственно друг за другом. Поэтому, если бы существовал 16-ходовый маршрут с нужными свойствами, то "боковые" клетки на нём чередовались бы с "небоковыми". Но, с другой стороны, на таком маршруте должно происходить и чередование белых клеток с чёрными. Получается, что все "боковые" клетки должны иметь один цвет, а это не так. Ввиду чередования белых клеток с чёрными невозможен и замкнутый маршрут с нечётным числом ходов (в частности, 15-ходовый).

14-ходовый маршрут с нужными свойствами существует, например: a1-b3-d2-c4-a3-b1-c3-a4-b2-d3-c1-a2-b4-c2-a1.

### Тема «Арифметические выражения»

**100.** О т в е т: 7/22. У к а з а н и е. Для сокращения дробей, получающихся после раскрытия скобок, нужно воспользоваться разложениями 10101 = 3 x 7 x 13 x 37, 111111 = 11 x 10101 и 222222 = 22 x 10101.

**200.** О т в е т: 1, 2, 3, 4. У к а з а н и е. Установив, что при любой расстановке цифр значение выражения будет меньше 5, можно найти, например, такие равенства: 1 = 1/(2+4) + 5/(7+8) + 6/(3+9), 2 = 3/(1+2) + 5/(4+6) + 8/(7+9),
3 = 6/(1+2) + 4/(3+5) + 8/(7+9) и 4 = 9/(1+2) + 4/(3+5) + 7/(6+8).

**300.** О т в е т (пример): (1 - 2 x 34) x (-5) x 6 + 7.

**400.** О т в е т: любой из двух последних плюсов. Р е ш е н и е. Пронумеруем плюсы так, чтобы номера плюсов совпадали с цифрами, после которых они стоят. Пусть начинающий своим первым ходом заменит на знак умножения 8-й плюс. Тогда, если его противник заменит какой-нибудь плюс из пары (6-й, 7-й), то, заменив другой плюс из этой же пары, начинающий сразу же выиграет (6x7x8x9 больше 1000). Если же противник первым ходом заменит 3-й, 4-й или 5-й плюс, то начинающий также изменит плюс из тройки (3-й, 4-й, 5-й), проследив при этом за тем, чтобы 5-й был обязательно заменён. Далее, если противник заменит оставшийся плюс из указанной тройки, то начинающий заменит 6-й и выиграет, поскольку 3x4x5x6x7 больше 1000. А если в какой-то момент противник заменит плюс из пары (1-й, 2-й), то начинающий в ответ может заменить другой плюс из этой пары и продолжать придерживаться вышеописанной стратегии.

Начинающий может начать игру и с замены 7-го плюса. В самом деле, легко заметить, что, если в предыдущем нашем абзаце вместо цифры 8 всюду записать 7, а вместо 7 - 8, то все утверждения останутся верными.

Если начать игру с замены какого-то из шести первых плюсов, то выигрышная стратегия появится уже у противника. Покажем это для случая, когда начинающий своим первым ходом заменяет 6-й плюс.

Противник в ответ может заменить 3-й, и все оставшиеся плюсы разобьются на три пары - (1-й, 2-й), (4-й, 5-й) и (7-й, 8-й). Далее, если начинающий заменяет плюс в какой-то паре, противник заменяет другой плюс в той же паре; очевидно, что это закончится поражением начинающего.

**Тема «Орёл – решка»**

**100.** Р е ш е н и е. Если первый назовёт сторону, выпавшую у себя, а второй - сторону, противоположную выпавшей у себя, то в случае одинаковых результатов угадает первый, а в случае разных результатов - второй.

**200.** Р е ш е н и е. Можно отделить 25 монет, образовав из них вторую кучку, и эти 25 монет перевернуть. Задание будет выполнено, поскольку, если в первой кучке осталось М монет орлом вверх, то во второй до переворачивания будет 25 – М, а после переворачивания окажется в точности М.

**300.** О т в е т: 256. У к а з а н и е. Заметим, что двукратное переворачивание какой-либо тройки монет равносильно тому, что мы эту тройку не трогаем совсем. Значит, можно считать, что каждая тройка переворачивается 0 или 1 раз. А поскольку в ряду имеется ровно 8 троек рядом лежащих монет, то искомое число расположений совпадает с числом последовательностей длины 8, состоящих из нулей и единиц.

**400.** О т в е т: 1275. Р е ш е н и е. Места, занимаемые монетами в ряду, пронумеруем числами от 1 до 100 слева направо. Тогда сумма номеров мест решек, первоначально равная $2 + 4 + 6 + . . . + 100 = 2550$, уменьшается с каждым ходом на 1 и не может стать меньше, чем $1 + 2 + 3 + . . . + 50 = 1275$. Поэтому Петя не сможет сделать больше, чем $2550 – 1275 = 1275$ ходов.